

## مقارنة دالة المخاطرة لتوزيعي الآسي و Akash لمرضى سرطان الفكين

الباحث: حسن عبد الهادي حسين أ. م. د ريسان عبد الإمام زعلان

جامعة البصرة/ كلية الإدارة والاقتصاد

[ressan.zalan@uobasrah.edu.iq](mailto:ressan.zalan@uobasrah.edu.iq)

[hasen.abd301@gmail.com](mailto:hasen.abd301@gmail.com)

### المستخلص:

يهدف البحث إلى المقارنة بين توزيع الآسي وتوزيع Akash لتقدير دالة المخاطرة لمرضى السرطان الفكين، إذ تم استعراض الخصائص الإحصائية للتوزيع الآسي وتوزيع Akash وتم تقدير معالمهم ودالة المخاطرة للتوزيع الآسي وتوزيع Akash باستعمال طريقة الإمكان الأعظم لغرض الحصول على أفضل النتائج عملت الدراسة على مقارنة بين طرائق التقدير عن طريق تطبيق أسلوب محاكاة مونت كارلو (Carlo Monte) باستعمال برنامج (Wolfram Mathematical 12.2) بحجم عينة (١٠٥) وباستعمال ثلاثة معايير للمفاضلة بينهما هي (BIC – AIC –  $AIC_C$ ) في تقدير دالة المخاطرة

الكلمات المفتاحية: دالة المخاطرة: التوزيع الآسي، توزيع Akash، تقدير الإمكان الأعظم.

**Comparing the Risk Function of the exponential and Akash distributions for patients of Jaws Cancer**  
**Researcher: Hassan Abdul Hadi Hussein**  
**Asst. Prof. Dr. Rissan Abdul Imam Za'lan**  
**University of Basrah / College of Administration and Economics**

**Abstract:**

The research aims to compare the exponential distribution and the Akash distribution to estimate the risk function for jaw cancer patients. As the statistical properties of the exponential distribution and the Akash distribution were reviewed, and their parameters and the risk function were estimated for the exponential distribution and the Akash distribution using the method of greatest possibility for the purpose of obtaining the best results. The study worked on applying the Carlo Monte simulation method using (Wolfram Mathematical 12.2) program with a sample size of (105) participants and using three criteria for comparison between them (BIC – AIC –  $AIC_c$ ) in estimating the risk function.

**Keywords:** risk function: exponential distribution, Akash distribution, greatest possibility estimation.

١ - المقدمة:

قام الباحثون بمناقشة التوزيعات الاحتمالية وفي نطاق واسع وبشكل متكرر في البيانات الإحصائية التجريبية لاختيار الأنموذج المناسب والقضايا ذات الصلة في العلوم التطبيقية مثل البيئة والطب والهندسة ونمذجة وتحليل البيانات التجريبية، هناك العديد من التوزيعات التي يمكن استعمالها في هذا النوع من البيانات التجريبية، ضرورة الإجراءات المستعملة في مثل هذه الإحصائية اعتمد التحليل بشكل كبير على أنموذج الاحتمال المفترض أو التوزيع.

٢ - هدف البحث:

يهدف البحث إلى مقارنة أفضل تقديرا لدالة المخاطرة بين التوزيع الأسّي وتوزيع Akash ومن ثم يتم الحصول على أفضل تقدير لمعاملات التوزيعين من خلال مقارنة بين طريقة الإمكان الأعظم لكل من التوزيع الأسّي والتوزيع Akash على أساس متوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE.

٣ - دالة المخاطرة العامة Hazard Rate Function [6] [5]

وهي تمثل متوسط الفشل وهي احتمال فشل المفردة أو النظام خلال الفترة الزمنية  $(x, x+\Delta x)$  علما أن المفردة والنظام حتى الوقت  $x$  أما بالنسبة للكائن الحي فهي تمثل متوسط الوفيات اللحظية للفرد الذي يسلم من الزمن  $x$ . ويرمز لدالة المخاطرة بالرمز  $h(X)$  ويعبر عنها بالصيغة الآتية:-

تعرف دالة البقاء يعد تحليل البقاء فرعا من فروع الإحصاء تخص كلمة البقاء (survival) الكائنات الحية، أما عند دراسة الكائن أو الآلات فتسمى دالة المعولية (Reliability) على أنها دالة مكملة للدالة التراكمية وكما يلي:

$$S(x) = Pr[X > x] \rightarrow S(x) = 1 - F(X) \quad (1)$$

$$h(X) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{p(x < X < x + \Delta x | X > x)}{\Delta x} \quad (2)$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{p(x < X < x + \Delta x)}{p[X > x] * \Delta x}$$

$$h(x) = \frac{1}{S(x)} * \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{p(x < X < x + \Delta x | X > x)}{\Delta x} \rightarrow h(x)$$

$$= \frac{f(x)}{S(x)} \quad (3)$$

#### ٤- التوزيع الأسي (Exponential Distribution) :- [2] [3]

التوزيع الأسي ED هو من التوزيعات المستمرة وقد اشتق اسمه من الدالة الأسية (Function Exponential) ويعد من أكثر التوزيعات انتشارا وفائدة خصوصا في تخمين الفترات الزمنية بين وقوع الأحداث في عمليات بواسون (Process Poisson)، إن التوزيع الأسي له ميزة ثابتة عن التوزيعات الأخرى بأن دالة المخاطرة له ثابتة.

إن دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الأسي يعني حالة خاصة من توزيع كاما عند تعويض  $\beta = 1$  فإذا كانت دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كاما (Gamma Distribution) تأخذ الشكل الآتي:

$$f(x, \beta, \lambda) = \frac{1}{\Gamma\beta \lambda^\beta} x^{\beta-1} e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

$$f(x, \beta, \lambda) = \left[ \frac{\lambda^\beta}{\Gamma\beta} \right] x^{\beta-1} e^{-x\lambda}$$

وبتعويض  $\beta = 1$  نحصل على التوزيع الأسّي:

$$f(x, \lambda) = f(x) = \lambda e^{-x\lambda} \quad x, \lambda >$$

$$0: \quad (4)$$

حيث  $\lambda$  تمثل معلمة التوزيع وهي معلمة القياس.. (Scale Parameter).

أما دالة التوزيع التراكمية لمتغير يتبع التوزيع الأسّي تكون كالآتي:-

$$F(x) = 1 - e^{-x\lambda} \quad : x, \lambda > 0 \quad (5)$$

وإن دالتا البقاء  $s(x)$  والمخاطرة  $h(x)$  تكونان بالشكل الآتي على الترتيب:

$$\begin{aligned} s(x) &= 1 - F(x) \rightarrow s(x) \\ &= e^{-x\lambda} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} s(x) \\ &= e^{-x\lambda} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} h(x) &= \frac{f(x)}{s(x)} = \frac{\lambda e^{-x\lambda}}{e^{-x\lambda}} \\ &= \lambda \end{aligned} \quad \dots (9)$$

من الواضح جدا من المعادلة (9) بأن دالة المخاطرة للتوزيع الأسي تساوي مقلوب الوسط الحسابي للتوزيع وهذا ما يبرر كون الدالة ثابتة إذ إن: [2] [3]

$$\begin{aligned} E[X] &= \int_0^{\infty} xf(x)dx \quad \dots (10) \\ &= \int_0^{\infty} x\lambda e^{-x\lambda} dx = \frac{1}{\lambda} \end{aligned}$$

الخصائص الهيكلية للتوزيع الأسي:

(11) - العزوم اللامركزية [11]

$$\mu_r^* = E(X^r) = \int_0^{\infty} x^r f(x)dx$$

$$\mu_r^* = E(X^r) = \frac{1}{\lambda} \quad \dots (11)$$

إذا كانت  $r=1$  فإنها تمثل الوسط الحسابي للتوزيع

أما لإيجاد التباين فنستخدم الصيغة الآتية:

$$v(x) = E(X^2) - (E(X))^2 \quad \dots (12)$$

(12) - العزوم المركزية [9]

$$\mu_k = E(x - E(x))^k$$

$$\mu_k = E \left[ \sum_{j=0}^k C_j^k (-1)^j x^{k-j} \mu_1^{*j} \right] \quad \dots (13)$$

٥- توزيع أكاش (Akash distribution) [1] [12] [10]:

وهو أحد التوزيعات المستمرة الذي قدمت (Rama Shankar) في عام (٢٠١٥) المتكون من خليط من عنصرين لتوزيع الأسّي له معلمة قياس  $\theta$  وتوزيع كما وله تطبيقات واسعة من بيانات العمر الحقيقية والطبية والهندسية واحد النماذج الشائعة والمهمة المستعملة في التطبيقات الفيزيائية وكذلك في التحليلات المفردة وتحليلات الخطأ لمختلف الأنظمة ودراسة توزيع وقت الفشل، وإن شكل دالة الكثافة الاحتمالية والتراكمية تكون كالآتي:

$$f^*(x) = \frac{\theta^3}{\theta^2+2} (1+x^2)e^{-\theta x} \quad ; x>0, \theta>0 \quad \dots(14)$$

أما دالة التوزيع التراكمية لمتغير يتبع التوزيع Akash تكون كالآتي:-

$$F^*(x) = 1 - \left[ 1 + \frac{\theta x(\theta x + 2)}{(\theta^2 + 2)} \right] e^{-\theta x} \quad ; x > 0, \theta > 0$$

... (15)

وإن دالتا البقاء  $s^*(x)$  والمخاطرة  $h^*(x)$  تكونان بالشكل الآتي على الترتيب:

$$S^*(x) = 1 - F^*(x) \rightarrow s^*(x) = 1 + \frac{\theta x(\theta x + 2)}{\theta^2 + 2} \quad \dots(16)$$

$$h^*(x) = \frac{f^*(x)}{s^*(x)}$$

$$h(x) = \frac{\frac{\theta^3}{\theta^2+2} (1+x^2)e^{-\theta x}}{S(x)=1-F(x) \rightarrow s(x)=1-[1-(1+\frac{\theta x(\theta x+2)}{\theta^2+2})e^{-\theta x}]}$$

الخصائص الهيكلية لتوزيع Akash:

(5-1) - العزوم اللامركزية (11)

$$E[X] = \int_0^{\infty} x f^*(x) dx \quad \dots (17)$$

$$E[X] = \int_0^{\infty} x \left[ \frac{\theta^3}{\theta^2+2} (1+x^2) e^{-\theta x} \right] dx \quad \dots (18)$$

$$\mu_r^* = E(X^r) = \int_0^{\infty} x^r \left[ \frac{\theta^3}{\theta^2+2} (1+x^{r2}) e^{-\theta x^r} \right] dx \quad (19)$$

إذا كانت  $r=1$  فإنها تمثل الوسط الحسابي للتوزيع

أما لإيجاد التباين فنستخدم الصيغة الآتية:

$$v(x) = E(X^2) - (E(X))^2 \quad \dots (20)$$

(5-2) - العزوم المركزية (9)

$$\mu_k = E(x - E(x))^k$$

$$\mu_k = E \left[ \sum_{j=0}^k C_j^k (-1)^j x^{k-j} \mu_1^{*j} \right] \dots (21)$$

### 6- مقدرات الإمكان الأعظم:

#### (6-1) - تقدير طريقة الإمكان الأعظم للتوزيع الأسّي [7] [4]:

اقترح هذه الطريقة من قبل (*R.A.Fisher*) عام (١٩٢٠) وتتصف من طرق التقدير المهمة وذلك لدقة مقدراتها حيث تمتاز هذه الطريقة بالكفاءة والكفاية والثبات والاتساق بالإضافة لعدم التحيز.

$$f(x, \lambda) = \prod_{i=1}^n \lambda e^{-x\lambda} = \lambda^n e^{-\sum x_i \lambda} \dots (22)$$

$$n \ln f(x, \lambda) = \sum_{i=1}^n \ln L f(x, \lambda) = n \ln(\lambda) - \lambda \sum x_i$$

$$\frac{\partial \ln f(x, \lambda)}{\partial \lambda} = \frac{n}{\lambda} - \sum x_i$$

$$\begin{aligned} \frac{n}{\hat{\lambda}} - \sum x_i = 0 &\rightarrow \frac{n}{\hat{\lambda}} = \sum x_i \rightarrow \hat{\lambda} \sum x_i = n \rightarrow \hat{\lambda} = \frac{n}{\sum x_i} \\ &= \frac{1}{\bar{x}} \quad (23) \end{aligned}$$

المعادلات تمثل نظام معادلات لأخطية غير قابلة للحل إلا باستعمال إحدى الطرائق العددية من أجل الحصول على المقدرات وقد تم استخدام طريقة نيوتن - رافسن.

(6-2) - تقدير طريقة الإمكان الأعظم للتوزيع Akash: [4] [7].

لنفترض أن  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  تكون عينة عشوائية مستقلة من الحجم  $n$  من توزيع Akash مع المعلمة  $\theta$  ويمكن الحصول على  $L$  على  $n$ ، بواسطة

$$lf^*(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n \left[ \frac{\theta^3}{\theta^2 + 2} (1 + x_i^2) e^{-\theta x_i} \right] \quad \dots(24)$$

$$\ln lf^*(x) = \ln \left( \prod_{i=1}^n \left[ \frac{\theta^3}{\theta^2 + 2} (1 + x_i^2) e^{-\theta x_i} \right] \right)$$

$$\ln Lf^*(x) = [3n \ln \theta - n \ln(\theta^2 + 2) + \sum_{i=1}^n \ln(1 + x_i^2)$$

$$- \theta \sum_{i=1}^n x_i]$$

$$\frac{d \ln lf^*(x)}{d\theta} = \frac{n(6 + \hat{\theta}^2)}{\theta(2 + \hat{\theta}^2)} \sum_{i=1}^n x_i \quad \dots(25)$$

$$= \frac{1}{3 \sum_{i=1}^n x_i} \left( n + \frac{-n^2 + 6(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{(-n^2 - 72n(\sum_{i=1}^n x_i)^2 + 3\sqrt{6}\sqrt{3n^4(\sum_{i=1}^n x_i)^2 + 94n^2(\sum_{i=1}^n x_i)^4 + 4(\sum_{i=1}^n x_i)^6})^{\frac{1}{3}}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{n(6 + \hat{\theta}^2)}{\theta(2 + \hat{\theta}^2)} - \sum_{i=1}^n x_i = \theta$$

(26)

يمكننا الحصول على تقديرات المعلمات غير المعروفة للمعادلة (5-6) عن طريق مساواتها بالصفر وحلها في وقت واحد. هذه المعادلات هي صيغة ضمنية، لذلك يمكن حلها باستخدام التكرار العددي مثل خوارزمية نيوتن رافسون.

#### 7- معيار اختيار أفضل التوزيع Criteria for selection of the best distribution [10]

عملية اختيار أفضل توزيعا تعد عملية مهمة في تحليل البيانات ولإثبات أفضلية التوزيع الأسّي أو التوزيع Akash ومدى ملاءمته للبيانات الحقيقية لمرضى سرطان الفكين وباستعمال ثلاثة معايير للمفاضلة وهي:-

#### (7-1) - معيار معلومات اكيكي (Akanke information (AIC)

criteria) :-

اقترح معيار اكيكي من قبل الباحث (1973، ) (AkaikePetrov and Csaki) يتم استخدام لوغاريتم دالة الإمكان الأعظم ومن ثم يتم حساب AIC لكل توزيع والتوزيع الذي يمتلك أقل قيمة للمعيار يكون هو التوزيع الأفضل صيغته العامة كالآتي:

$$AIC = -2 \log(l) + 2r \quad \dots (27)$$

إذ إن:  $\log(l)$ : لوغاريتم دالة الإمكان الأعظم لمشاهدات العينة.

r: عدد معلمات التوزيع.

**(7-2) - معيار معلومات اكيي المصحح ( $AIC_c$ ) Correction Akaike**

(criteria information)؛ هو معيار لاختيار أفضل توزيعا يعتمد على معيار معلومات اكيي (AIC) وتكون صيغته كما يلي:

$$AIC_c = AIC + \frac{2r(r + 1)}{n - r - 1} \quad \dots (28)$$

إذ إن: AIC : معيار اكيي

r : عدد معلمات التوزيع.

n : حجم العينة.

**(7-3) - Bayesian Information Criterion ((BIC) - معيار المعلومات البيزي )**

ويعمل هذا المعيار عمل المعيارين السابقين تقريبا وبصيغة رياضية مختلفة

تكون بالشكل الآتي:

$$BIC = M \ln(n) - 2 \ln(L) \quad \dots (29)$$

كذلك فإن التوزيع الذي يملك أقل قيمة لهذا المعيار يكون التوزيع الأفضل في

تمثيل البيانات.

**8- الجانب التطبيقي:**

يتضمن هذا القسم تطبيقا عمليا لتوزيع Exponential وتوزيع Akash على

بيانات من الواقع الحقيقي متمثلة بأوقات البقاء على قيد الحياة لحين الوفاة للحالات

المسجلة للمرضى المصابين بالسرطان في مركز الأورام السرطانية في محافظة

البصرة للمدة منذ افتتاح مركز الأورام في محافظة البصرة عام ٢٠٠٩ وحتى شهر

أكتوبر لعام ٢٠٢٠ وتقدير دالة المخاطرة لكل مريض من أجل رسم صورة عن احتمال الوفاة المفاجئ للمرضى المصابين بهذا النوع من الأمراض حيث تم تنفيذ المحاكاة باستعمال برنامج Mathematic- 13 على أربعة أحجام عينات (٢٥-٥٠-٧٥-١٠٥) لمعرفة تأثير حجم العينة على نتائج طرق التقدير.

### (8-1)- وصف عينة البحث :Description of the research sample

تم جمع البيانات الحقيقية من السجل الخاص بالمرضى المسجلين في مركز الأورام في مستشفى البصرة التعليمي في محافظة البصرة والذين أدت بهم الإصابة بالمرض إلى الوفاة، إذ تم أخذ عينة عشوائية بحجم  $n=105$  مريض وتحديد مدة بقائهم  $(X_i)$  على قيد الحياة لحين الوفاة (بالأسبوع) وإدراجها في الجدول (١) وكما يأتي:

#### جدول (١)

مدة بقاء المريض المصاب بسرطان الفكين على قيد الحياة من تاريخ دخول

المستشفى ولحين الوفاة (بالأسبوع)

i	$x_i$	i	$x_i$	i	$x_i$	i	$X_i$
1	0.02	29	0.94	57	2.21	83	3.45
2	0.04	30	0.98	58	2.22	84	3.53
3	0.04	31	1.00	59	2.24	85	3.54
4	0.06	32	1.03	60	2.25	86	3.59
5	0.11	33	1.04	61	2.30	87	3.61
6	0.15	34	1.18	62	2.37	88	3.65
7	0.15	35	1.19	63	2.38	89	3.94

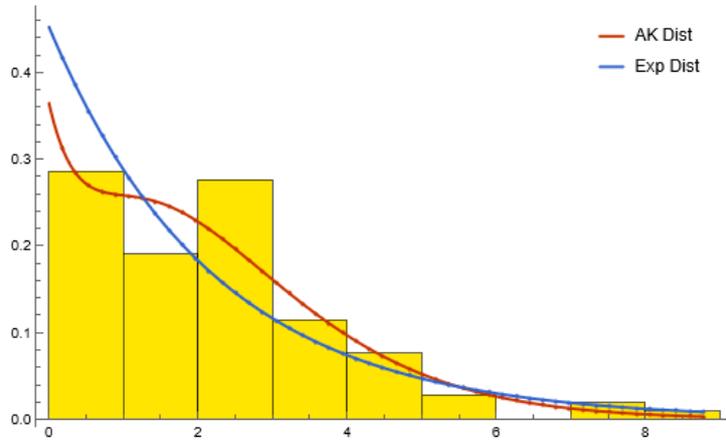
8	0.19	36	1.21	64	2.42	90	3.95
9	0.23	37	1.23	65	2.44	91	3.97
10	0.28	38	1.23	66	2.46	92	4.00
11	0.29	39	1.25	67	2.47	93	4.03
12	0.32	40	1.29	68	2.50	94	4.31
13	0.39	41	1.31	69	2.56	95	4.34
14	0.46	42	1.34	70	2.57	96	4.40
15	0.46	43	1.39	71	2.58	97	4.66
16	0.48	44	1.45	72	2.61	98	4.96
17	0.50	45	1.51	73	2.67	99	4.97
18	0.51	46	1.62	74	2.69	100	5.39
19	0.58	47	1.66	75	2.74	101	5.70
20	0.59	48	1.72	76	2.78	102	5.80
21	0.62	49	1.82	77	2.81	103	7.44
22	0.79	50	1.94	78	2.86	104	7.94
23	0.83	51	2.01	79	2.90	105	8.78
		24	0.83	52	2.02	80	3.13
		25	0.83	53	2.05	81	3.19
		26	0.85	54	2.11	82	3.35
		27	0.91	55	2.11	57	2.21
		28	0.93	٥٦	٢.١٥	58	2.22

الجدول الآتي يبين أبرز إحصاءات عينة البيانات الحقيقية:

جدول (٢)

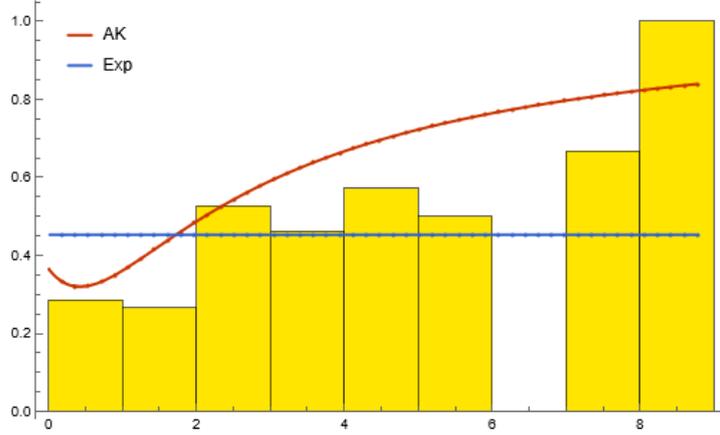
يبين الإحصاءات الوصفية لبيانات العينة الحقيقية

Mean	2.20767
Variance	2.99713
Skewness	1.25652
Kurtosis	5.01351
Median	2.05
Standard Deviation	1.73122



الشكل (١) دالة الكثافة الاحتمالية المقدره لتوزيع (Exponential) وتوزيع (Akash)

بالنسبة للبيانات الحقيقية.



شكل (٢) تمثيل دالة المخاطرة للتوزيع (Exponential) وتوزيع (Akash) بالنسبة للبيانات الحقيقية.

### (8-2) - تحليل البيانات Data analysis:

تقدير المعلمات للبيانات الحقيقية بطريقة الإمكان الأعظم والجدول (٣) يوضح تقديرات المعلمات لتوزيع (Exponential) وتوزيع (Akash) المقترح ومعايير المقارنة بين التوزيعات:

#### جدول (٣)

تقدير المعلمات لتوزيع (Exponential) وتوزيع (Akash) ومعايير المقارنة للبيانات الحقيقية

Dist	parameter		AIC	$AIC_C$	BIC
	$\theta$	$\lambda$			
AK	0.452966	-	372.155	369.54	369.501
Exp	-	1.04066	380.961	378.346	378.307

وعن طريق اختبارات الفرضيات الآتية وحسب المعايير المذكورة وجد أن:-

أفضلية توزيع (Akash) نتيجة امتلاكه أقل. ( $BIC, AIC, AIC_C$ ) معايير وبهذا يعد أفضل توزيعاً في تمثيل ووصف العينة قيد الدراسة إذا تم استعمال في تقدير دالة المخاطرة للبيانات الحقيقية وكما موضح بالجدول الآتي.

#### جدول (4)

مقدر ودالة المخاطرة للتوزيع الأسّي وتوزيع Akash للبيانات الحقيقية

$h(t)(Akash)$	$x_i$	$i$	$h(t)(Akash)$	$X_i$	$I$
0.360275	0.02	1	0.487723	2.01	51
0.357168	0.04	2	0.488718	2.02	52
0.356564	0.04	3	0.492678	2.05	53
0.352503	0.06	4	0.499526	2.11	54
0.343791	0.11	5	0.500173	2.11	55
0.336997	0.15	6	0.504355	2.15	56
0.336997	0.15	7	0.510708	2.21	57
0.331469	0.19	8	0.512281	2.22	58
0.327844	0.23	9	0.514786	2.24	59
0.32437	0.28	10	0.515721	2.25	60
0.323173	0.29	11	0.521592	2.30	61
0.321905	0.32	12	0.528579	2.37	62
0.319874	0.39	13	0.529781	2.38	63
0.319802	0.46	14	0.534252	2.42	64
0.319836	0.46	15	0.536614	2.44	65
0.320148	0.48	16	0.538375	2.46	66
0.320585	0.50	17	0.539544	2.47	67
0.320809	0.51	18	0.54245	2.50	68
0.32362	0.58	19	0.54847	2.56	69
0.324325	0.59	20	0.549888	2.57	70
0.325882	0.62	21	0.550453	2.58	71

0.33841	0.79	22	0.554104	2.61	72
0.342069	0.83	23	0.55964	2.67	73
0.342339	0.83	24	0.562372	2.69	74
0.342609	0.83	25	0.566694	2.74	75
0.344533	0.85	26	0.570425	2.78	76
0.350286	0.91	27	0.573586	2.81	77
0.352684	0.93	28	0.577749	2.86	78
0.354515	0.94	29	0.581598	2.90	79
0.358572	0.98	30	0.601983	3.13	80
0.360803	1.00	31	0.607367	3.19	81
0.364695	1.03	32	0.620239	3.35	82
0.365352	1.04	33	0.628036	3.45	83
0.381992	1.18	34	0.633928	3.53	84
0.384089	1.19	35	0.634965	3.54	85
0.386899	1.21	36	0.638456	3.59	86
0.388309	1.23	37	0.639878	3.61	87
0.388663	1.23	38	0.642896	3.65	88
0.391496	1.25	39	0.662761	3.94	89
0.396483	1.29	40	0.663307	3.95	90
0.399346	1.31	41	0.664577	3.97	91
0.402936	1.34	42	0.666737	4.00	92
0.409779	1.39	43	0.668874	4.03	93
0.417359	1.45	44	0.68602	4.31	94
0.424576	1.51	45	0.687477	4.34	95
0.439655	1.62	46	0.690996	4.40	96
0.444642	1.66	47	0.705474	4.66	97

0.451721	1.72	48	0.720501	4.96	98
0.46465	1.82	49	0.72077	4.97	99
0.479691	1.94	50	0.739916	5.39	100
			0.752991	5.70	101
			0.756684	5.80	102
			0.808955	7.44	103
			0.821203	7.94	104
			0.839325	8.78	105
			51.634241	231.81	Sum
			0.4917547	2.20771	Mean

من الجدول (٤) يتبين بأن قيم دالة المخاطرة المقدرة تكون متزايدة بتزايد مدة بقاء المريض على قيد الحياة وتميل إلى الثبات عند اقتراب قيمها من قيمة المعلمة  $\theta$  إذ نلاحظ بأن قيم دالة المخاطرة تكون متزايدة حتى بلوغ المريض مدة بقاء ١٨ شهرا تقريبا ثم تبدأ بالاستقرار عند تجاوز هذه المدة وهذا ما يفسر السلوك الحقيقي للإصابة بالمرض إذ عند تجاوز هذه المدة يكون المريض أقرب إلى التماثل للشفاء منه إلى الوفاة.

- الاستنتاجات والتوصيات:

استنادا إلى نتائج الجانب التطبيقي توصل الباحث إلى ما يأتي:

(9-1) - - الاستنتاجات:-

١. كان توزيع Akash أفضل من توزيع الأسي في تحليل البيانات
٢. إن توزيع Akash كان الأفضل في طريقة تقدير الإمكان الأعظم من التوزيع الأسي وحسب المعايير  $(AIC - AIC_c - BIC)$ .
٣. دالة المخاطرة متزايدة وهذا يتناسب طرديا مع الزمن ولجميع طرائق التقدير وهذا يتوافق مع ما تم عرضه في الجانب النظري.

(9-2) - التوصيات:-

١. استعمال طريقة الإمكان الأعظم في تقدير معالم ودالة المخاطرة إلى توزيع الاحتمالي.
٢. تطبيق توزيع Akash في مجالات أخرى غير الجانب الطبي مثل الجانب الزراعي والهندسي والصناعي.
٣. إمكان الجهات ذات العلاقة أن تأخذ بنظر الاعتبار نتائج هذه الدراسات لتوظيفها منها في مجالات أخرى.
٤. يوصي الباحث بتنظيم برنامج إرشادي وتوعوي لتخفيض مستوى الموت لدى الفئات العمرية الأكثر احتمالا للإصابة بمرض سرطان الفكين ومضاعفاته.

١٠- المصادر:

- ١- بسيوني، ع ا، عبد الرحيم، رشوان &نصر. (٢٠٢١) . The exponentiated Akash distribution with properties and applications. مجلة البحوث المالية والتجارية، (3) 22، 435-445.
- ٢- حافظ، علي ماضي، (٢٠٢١) مقارنة بين طريقة العزوم وطريقة المقدرات التجزئية لتقدير الدالة المعولية الضبابية للتوزيع المختلط (الاسي- فريجت) "مجلة الدراسات الاقتصادية والإدارية، المجلد ١، العدد ٧٣٣، ٢٢-٧٥٣.
- ٣- زعلان، ريسان عبد الأمام، (٢٠٠٨ "،) بناء نموذج محاكاة لتحسين أداء أنشطة مركز أورام سرطان البصرة"، رسالة ماجستير في علوم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة البصرة.
- ٤- سلمان، محمد صادق، (٢٠٢٠) "بناء نموذج احتمالي لتوزيع دالة القوة الموسع لتقدير دالة المخاطرة الضبابية"، رسالة ماجستير في علوم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة كربلاء.
- ٥- عبد الكريم، حيدر سالم (٢٠٢٢) مقارنة طريقة الإمكان الأعظم والطريقة الجينية مع الطرائق البيزية لتقدير دالة البقاء لتوزيع دالة القوى الموسع مع التطبيق، رسالة ماجستير، علوم الإحصاء- كلية الإدارة والاقتصاد جامعة البصرة.
- ٦- المحمداوي، حسام راضي نعيمة، (٢٠٢٢ "،) تحليل دالة المخاطرة باستخدام نموذج انحدار COX للأطفال المصابين بمرض السرطان في مستشفى البصرة التخصصي للأطفال (،) رسالة ماجستير في علوم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة البصرة.

- ٧- البدران، فراس منذر، "تقدير دالة معولية أنموذج ليندل للإجهاد والامتانة"، رسالة ماجستير، الجامعة المستنصرية، كلية الإدارة والاقتصاد 2014 .
- ٨- هرمز، أمير حنا، (١٩٩٠) الإحصاء الرياضي "، كتاب منهجي، دار الكتب للطباعة والنشر، جامعة الموصل.
- ٩- Al-sabah, S., (2020), Estimation of Hazard Function of a Composite Probability Model Applied Study of a Sample of Deaths of Breast Cancer Patients in ThiQar Governorate.  
<http://www.researchgate.net/publication/347937669>
- ١٠- Burnham, P. K. and Anderson, D. R., (2004), "Multimodal Inference Understanding AIC and BIC in Model Selection", *Sociological Methods & Research*, (33), (2), (261-304).
- ١١- Ganaie, R. A., & Rajagopalan, V. (2020). On weighted three parameters Akash distribution with application of lifetime data. *Journal of Xidian University*, 14(4), 877-893.
- ١٢- Shanker, R., & Shukla, K. K. (2017). On two-parameter Akash distribution. *Biom. Biostat. Int. J*, 6(5), 416-425.