معوليه النظام التتابعي المضبب (للإجهاد- المتانة) لتوزيع ويبل للنموذج (1+1) باستعمال اسلوب المحاكاة

الباحث: جواد شاكر ضيغم　　　　أ.م. د. علي ناصر حسين
جامعة البصرة، كلية الإدارة والاقتصاد، قسم الإحصاء
jwadshaker13@gmail.com　　　　ali.hussien@uobarah.edu.iq

المستخلص:

يهدف هذا البحث إلى تقدير معوليه نظام التتابعي المضبب لتوزيع Weibull لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات لكل مكون متانة (x) ويتعرض للإجهاد (y) من خلال وجود عامل التوهين (k) الذي يحسن مسار النظام ، وقد استعمل توزيع Weibullلمتغير المتانة والإجهاد مع معلمات شكل مختلفة ومعلمات قياس مختلفة ، كما قدر الباحث المعولية الحدية الضبابية لكل $\tilde{R}(1),\tilde{R}(2),\tilde{R}(3)$ ،كذلك يهدف إلى دراسة سلوك معولية نظام التتابعي المضبب $\tilde{R}_2,\tilde{R}_3$ وقد استعملت طريقتين لتقدير هي طريقة المربعات الصغرى وطريقة التقلص، لمعرفة الأفضلية بينهما استعمل الباحث المعيار الإحصائي متوسط مربعات الخطا (mse).إذ استنتج الباحث ان طريقة المربعات الصغرى هي الافضل عندما تكون احجام العينات صغيرة بينما افضلية طريقة التقلص عندما احجام العينات تكون متوسطة وكبيرة، كما اوصى الباحث بالاهتمام بالمعولية والضبابية لما لهما دور مهم في الحيات العملية وكذلك اوصى باختيار توزيعات مختلفة لكل من الاجهاد والمتانة .

الكلمات المفتاحية: توزيع ويبل ، نظام تتابعي ، المعولية الضبابية ، معولية نظام التتابعي ، معولية نظام المضبب .

Reliability of fuzzy Cascade system (stress- strength) for Weibull distribution of the model (1+1) using simulation method

Dr. Jawad Shaker Dhigham **Ali Nasser Hussein**

Basrah University, College of Administration and Economics, Department of Statistics.

Abstract:

This research included estimating the reliability of the fuzzy cascade system of Weibull's distribution of one, two components and three components for each component of strength (x) and exposure to stress (y) through the presence of attenuation factor (k) which improves the path of the system, the Weibull distribution of the strength and stress variable with different shape parameters and different measurement parameters was used, the researcher also estimated the fuzzy marginal reliability per $\tilde{R}(1), \tilde{R}(2), \tilde{R}(3)$, as well as the study of the behavior of the reliability of the fuzzy cascade system $\tilde{R}_2, \tilde{R}_3$ and has used two methods to estimate the method of least squares the Shrinkage method, and to know the preference between them the researcher used the statistical criterion average squares of error (mse), The researcher concluded that the least squares method is the best when the sizes of the samples are small, while the preference of the shrinkage method when the sizes of the samples are medium and large, and the researcher also recommended paying attention to reliability and fog because they have an important role in practical life, as well as recommended choosing different distributions for both stress and strength.

Keywords: Weibull distribution , Cascade System , Fuzzy Reliability , Cascade System Reliability , Reliability of fuzzy Cascade system .

المقدمة:

في بداية قرن العشرين ظهرت دراسة المعولية ثم اهتم الباحثين بتطبيقها بعد الحرب العالمية الثانية على الأجهزة والمعدات الحربية وبعدها تم العمل بها في عدة مجالات منها الجانب الصناعي والزراعي والصحي وغيرها، وفي ستينيات القرن العشرين شهد العالم تطوراً كبيراً في العلم والتكنولوجيا وهذا التطور جعل الباحثين والمهتمين بدراسة المشاكل والمعوقات التي ظهرت في الجانب الصحي والصناعي وغيرها من الجوانب نتيجة هذا التطور، من خلال هذا التطور استعمل مفهوم الضبابية(Fuzzy) في مجال المعولية (Reliability)إذ اهتم الباحثين والخبراء بهما وذلك لأهميتهما العالية في الحياة العملية ،إذ تعد المعولية بأنها احتمال بقاء الوحدة أو المكون يعمل ما لم يصيبه عطل خلال مدة (0,t).إما الضبابية وهي حالة عدم التأكد في البيانات فتكون هذه البيانات ضبابية ،وبما أن لدينا نظام تتابعي cascade إذ يعد حالة خاصة من النظام الاحتياطي (standby redundancy) لنموذج المتانة والإجهاد، من فرضيات هذا النظام احتوائه على n من مكونات، يعمل منها مكون واحد فقط تحت تأثير الإجهاد في حين يوجد(n-1)من مكونات الباقية في وضع الاستعداد(standby) فعند توقف المكون الأول نتيجة الإجهاد الكبير المسلط علية الذي يفوق متانة هذا المكون يقوم احد المكونات الذي في حال انتظار بالعمل مكان المكون العاطل ويعمل في نفس الظروف التي فشل بها المكون الأول ،إذ يتم تخفيض الإجهاد على هذا المكون وذلك من خلال عامل التوهين(Attenuation factor)ويرمز له بالرمز($\mathcal{K}$) ،وبفعل عامل التوهين وما يقوم بيه من تحسين على المكون الثاني إذ يقوم بتخفيض الإجهاد، وبفضل وجود هذا العامل يجعل نظام

cascade حالة خاصة من النظام الاحتياطي.ويتم إيجاد المعوليات الحدية R(1)وR(2)وR(3) وكذلك دراسة سلوك معولية النظام R_3,R_2.

مشكلة الرسالة The message problem:

إن كثير من الدراسات والبحوث لم يكن هناك اهتمام بدراسة سلوك معولية نظام التتابعي cascade المضبب، بسبب التكنولوجيا الحديثة والتطور بالاجهزة والمعدات والتعقيد الحاصل بها من الصعب معرفة دقة متانتها وعدم معرفة مدى قوة الإجهاد المسلط عليها لذا فان قياسها لا يكون دقيق إي يوجد به نوع من الغموض؛ لذا ستكون المشكلة هي كيف نقدر معولية نظام (cascade) لتوزيع ويبل إذا كان النظام مضبب؟.

هدف البحث:

يهدف البحث إلى اشتقاق وتقدير دالة معولية النظام التتابعي المضبب لتوزيع ويبل ودراسة سلوك معولية R_3,R_2 باستعمال طريقة المربعات الصغرى وطريقة التقلص وايجاد الطريقة المثلى .

المنطق الضبابي [2] Fuzzy logic :

إن أول مـــــن طور أسلوب المجموعات الضبابية هو العالم لطفي زاد (Zadeh)عام (1965) لتعد أحسن طريقة لمعالجة البيانات التي تعاني من حالة عدم التأكد ،وبعده قام الكثير من الباحثين والمهتمين في هذا المجال في تطور هذا المفهوم مع التطور الحاصل في الأجهزة والمعدات من خلال إنشاء أنظمة تستطيع التعامل مع المعلومات غير المؤكدة وعلى ضوء ما سبق يمكن تعريف المنطق الضبابي على أنه منظومة منطقية تودي إلى التطوير على المنطق الواضح ثنائي القيم من خلال الاستدلال على البيانات غير الواضحة والظروف الغامضة. ويختلف

المنطق الضبابي عن المنطق الكلاسيكي بوجود دالة انتماء في المنطق الضبابي حيث من خلالها يتم معرفة درجة انتماء كل عنصر في المجموعة ،بدء الباحثون باستخدام الضبابية في التقدير؛ لأنها تعطي تقديرات أفضل من التقديرات التقليدية وذلك لوجود معظم الحالات تتعامل مع بيانات غير مؤكدة فالنظرية الضبابية جاءت للتخلص من المشاكل التي يعاني منها المنطق الواضح

دالة الانتماء[6],[2] Membership Function:

يمكن تعريف دالة الانتماء على أنها مقياس تستعمل لتوضيح أنواع المجموعات الضبابية، وهذه الدالة تبين العناصر التي تقع ضمن الفترة (0,1) لتبين عن درجة انتماء كل عنصر في المجموعة الشاملة إلى المجموعة الضبابية Fuzzy set ،وهذه الدالة تكون موجبة ، وأن الفرض الأساسي لها أن تكون قيمها بين (0,1)، ونستطيع تحديد دالة الانتماء عن طريقتين إما يمثل عنها بشكل عددي أو بشكل دالة مثل دالة الانتماء المثلثية ودالة الانتماء شبه المنحرف أو دالة الانتماء الأسية أو من دوال آخرة ضبابية، يعتمد نوع الدالة على طبيعة البيانات التي جمعها الباحث فلو كانت هذه البيانات واقعية فهنا تمتلك حد أعلى وحد أدنى، إما لو كانت البيانات غير واقعية فهنا علينا أن نقوم بتثبيت درجة انتماء، ثم نحدد قيم المتغير العشوائي المناظر للقيمة α فنتتج القيمة الجديدة.

دالة الانتماء الاسية [15] Membership Exponential Function :

هي من الدوال الانتماء غير الخطية تمتلك معلمة واحد c وان c>0 ويمكن التعبير عنها بالصيغة الرياضية الآتية:

$$\mu_{A(y)}(x) = \begin{cases} 1 - e^{-c(x-y)} & if\ y < x \\ 0 & if\ y \geq x \end{cases} \quad \dots(1)$$

إذ إن $c > 0$

المعولية الضبابية Fuzzy Reliability[16],[7],[1],[6]

تعرف المعولية على أنها احتمال بقاء الوحدة أو المكون يعمل ما لم يصيبه عطل خلال فترة (0,t) وهي دالة رتيبة وموجبة ومستمرة ومتناقصة، أن دالة المعولية شائعة الاستعمال لوصف ودراسة الأنظمة والمعدات في الجانب الصناعي والهندسي وغيرها من الجوانب الأخرى، و على فرض أن (T) متغير عشوائي مستمر اكبر من الصفر فإن المعولية $R(t)$هي كالآتي:

$$\mathrm{R(t)} = p_r(T > t)$$

$$\mathrm{R(t)} = \int_t^{\infty} \mathrm{f(x)}\,dx$$

$$\mathrm{R(t)} = 1 - \int_0^{t} \mathrm{f(x)}\,dx$$

$$\mathrm{R(t)} = 1 - F(t) \;.... \quad (2)$$

خصائص دالة المعولية:

تتصف دالة المعولية بالخصائص الآتية:

1- $\mathrm{R(0)} = \mathrm{P_r}(T < 0) = 1$

2- $\mathrm{R(\infty)} = 0$

3- $0 \leq R(t) \leq 1$

4- $R(t) + F(t) = 1$

5- أما إذا كنت $t_1 < t_2$ فإن

$$R(t_1) \geq R(t_2)$$

عند إيجاد المعولية لمكون ما ولمدة محددة بين t_1 وt_2، إذ إن t_1 هو زمن بداية عمل المكون وأن t_2 هو زمن نهاية عمل المكون، من الواضح أن المكون يعمل في الزمن t_1 ويفترض إن المكون يعمل باستمرار حتى الزمن t_2 **لكن** في حقيقة الأمر قد

يتوقف المكون عن العمل قبل الوصول إلى الزمن t_2 أي أن الزمن t_2 قيمة غير مؤكدة بالضبط؛ لذا فإن هذه القيمة تُعد قيمة ضبابية. وافقا للنظرية الضبابية التي تنص على(اذا وجد عنصر واحد ضبابية في مجموعة أو نظام فإن هذه المجموعة أو النظام يكون ضبابي بكل عناصره، وبما أن بيانات الحياة ضبابية إذن سوف نتعامل مع المعولية الضبابية، إذ يمكن تعريف المعولية الضبابية على أنها احتمال أداء المكون أو الجهاز للعمل المراد منه بفترات متفاوتة من النجاح ولمدة محددة من الزمن وفي ظروف طبيعية، يرمز لها بالرمز $\widetilde{R}(t)$.

وأن الصيغة الرياضية لدالة المعولية الضبابية هي كالآتي:

$$\widetilde{R}(t) = P(\widetilde{T} > t)$$

$$(t)=\widetilde{\mathbf{R}} \int_t^{\infty} \mu_{\tilde{t}}(t) f(t)\,dt \qquad \dots (3)$$

إذ إن:T تمثل زمن العمل الضبابي

نظام التتابعي (cascade) للإجهاد والمتانة [13],[14]

يعد نظام التتابعي حالة خاصة من النظام الاحتياطي standby (redundancy) لنموذج المتانة والإجهاد، ومن فرضيات هذا النظام احتوائه على n من مكونات يعمل منها مكون واحد فقط تحت تأثير الإجهاد في حين يوجد (n−1) من مكونات الباقية في وضع الاستعداد(standby) فعند توقف المكون الأول نتيجة الإجهاد الكبير المسلط علية الذي يفوق متانة هذا المكون يقوم احد المكونات الذي في حال انتظار بالعمل مكان المكون العاطل ويعمل في نفس الظروف التي فشل بها المكون الأول ،إذ يتم تخفيض الإجهاد على هذا المكون وذلك من خلال عامل

التوهين(Attenuation factor)ويرمز له بالرمز($\mathcal{K}$) ،وبفعل عامل التوهين وما يقوم بيه من تحسين على المكون الثاني إذ يقوم بتخفيض الإجهاد، وبفضل وجود هذا العامل يجعل نظام التتابعي حالة خاصة من النظام الاحتياطي، بافتراض أن عامل التوهين للمكون الأول يساوي واحد ($\mathcal{K} = 1$) وبصورة عامة

$$Y_2=\mathcal{K}y_1, y_3=y_2=y_1\mathcal{K}^2 \ldots y_i=\mathcal{K}^{i-1}y_1$$

$$y_i=\mathcal{K}y_{i-1}=\mathcal{K}^*y_1 \qquad ;\mathcal{K}^*=\mathcal{K}^{i-1} \ , \ i=1,2$$

ويعمل نظام cascade من خلال مكون واحد أو مكونات متعددة، فعند العمل على مكون واحد يتم تشغيل مكون واحد ليواجه الإجهاد وبقاء (n−1)من المكونات في وضع الاستعداد فلو توقف المكون الأول عن العمل نتيجة الإجهاد المفروض عليه يتم تشغيل مكون واحد فقط من المكونات التي في حالة استعداد وهكذا في كل مرة كلما توقف المكون يتم تنشيط مكون واحد فقط وهذا النظام يسمى cascade(1+1).إما العمل في مكونات متعددة وذاك من خلال تشغيل مكونين والمكون الثالث يكون في وضع الاستعداد وهذا النظام يسمى cascade(2+1) وهذا النظام هو حالة خاصة من نظام cascade(1+1).

توزيع ويبل[8]، [9] Weibull Distribution

هو من التوزيعات المستمرة شائعة الاستعمال ومهم في دراسة وقت الفشل وفي الهندسة والمعولية إذ استعمل في معوليه بشكل كبير ،وسميه بهذا الاسم نسبة للعالم السويدي (Walodii Weibull) في عام(1939) وفي عام (1951) نشره في مقال بين بيه استخدامات التوزيع لوصف حالات توقف بعض الأنظمة عن العمل ، وفي هذا البحث سنستعمل دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ويبل ذو المعلمتين، وبما أن

لدينا نظام التتابعي للمتانة والإجهاد لتوزيع ويبل، أي أن متغير المتانة (x) (Strength) يتوزع ويبل بالمعلمتين (α,β) وبحسب الدالة الكثافة الاحتمالية :

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}} \quad \ldots(4)$$

وأن دالة التوزيع التراكمية لمتغير المتانة معرف بالمعادلة الآتية:

$$\boldsymbol{F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}}} \quad \ldots(5)$$

$x \geq 0, \alpha, \beta > 0$

ومتغير الإجهاد(y) يتوزع ويبل أيضا بالمعلمتين (λ,θ)وبحسب دالة الكثافة الاحتمالية:

$$g(y) = \frac{\lambda}{\theta}\left(\frac{y}{\theta}\right)^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{y}{\theta}\right)^{\lambda}} \quad \ldots(6)$$

وأن دالة التوزيع التراكمية لمتغير الإجهاد كالآتي:

$$\boldsymbol{G(y) = 1 - e^{-\left(\frac{y}{\theta}\right)^{\lambda}}} \quad \ldots(7)$$

$y \geq 0, \lambda, \theta > 0$

إن دالة التوزيع التراكمية المشتركة لنظام cascade وعلى فرض أن x,y متغيرات مستقلة تكون:

$$F(x_i, y_j) = \left(1 - e^{-\left(\frac{x_i}{\beta}\right)^{\alpha}}\right)\left(1 - e^{-\left(\frac{y_j}{\theta}\right)^{\lambda}}\right) \quad \ldots(8)$$

إذ إن:

α : تمثل معلمة الشكل(shape parameter) لمتغير المتانة(Strength)

β: تمثل معلمة القياس (scale parameter)لمتغير المتانة(Strength)

λ: تمثل معلمة الشكل (shape parameter) لمتغير الإجهاد(Stress)

θ: تمثل معلمة القياس (scale parameter) لمتغير الإجهاد(Stress)

النموذج الرياضي العام Model General Mathematical[13,[11],[10]

نفرض أن X متغير عشوائي يمثل متانة(Strength) ونفرض أن y متغير عشوائي يمثل الإجهاد (Stress) فإن دالة الاحتمالية للنظام التتابعي هي عبارة عن دالة المشتركة لمتغيري الاجهاد والمتانة وكالاتي:

$$f(x,y,\alpha,\beta,\lambda,\theta) = f(x,\alpha,\beta)g(y,\lambda,\theta) \quad \dots(9)$$

إذن معولية النظام تكون كالآتي :

$$R = \Pr(X > Y) = \int_{y=0}^{\infty}\left(\int_{x=y}^{\infty} f(x)dx\right) g(y)dy \quad \dots(10)$$

وأن $x_1, x_2, \dots, x_n$ تمثل متغيرات المتانة (Strength) المكونات لـ $C_1, C_2, \dots, C_n$ منظمة بحسب الترتيب، علما أن المتغيرات العشوائية X_i تتوزع بشكل مستقل ولة دالة احتمالية $f_i(X_i)$ إذ إن $i = 1,2,\dots n$ وأن Y_i يمثل الاجهاد (Stress) على المكونات وهو متغير عشوائي مستقل وله دالة كثافة احتمالية$g(y_1)$ ، فإذا كان ($x_1 \geq y_1$) فإن المكون الاول C_1 يعمل والنظام يعمل، وإذا كان ($x_1 < y_1$) يؤدي إلى عطل(توقف) المكون C_1 ثم المكون الثاني

C_2 يأخذ مكانه مع متانة x_2 وبما أن النظام فقد مكون واحد إلا أنه يستمر بالعمل أذا $(x_2 \geq y_2)$.

وتعطى الدالة الحدية لمعولية R(n) وهو نظام المعولية للمكون n^{th} كالآتي :

$$R(n) = P\left[\left\{\bigcap_{i=1}^{n-1}(X_i < Y_i)\right\}\bigcap(X_n \geq Y_n)\right] \quad \dots(11)$$

$$= P[X_1 < \mathcal{K}^*{}_1Y_1, X_2 < \mathcal{K}^*{}_2Y_1, \dots, X_{n-1} < \mathcal{K}^*{}_{n-1}Y_1, X_n \geq \mathcal{K}^*{}_nY] \quad \dots(12)$$

$$= \int_0^\infty \left[\int_0^{\mathcal{K}^*{}_1Y_1} f_1(x_1)dx_1 \int_0^{\mathcal{K}^*{}_2Y_1} f_2(x_2)dx_2 \dots \int_0^{\mathcal{K}^*{}_{n-1}Y_1} f_{n-1}(x_{n-1})dx_{n-1} \int_{\mathcal{K}^*{}_nY_1}^\infty f_n(x_n)dx_n\right] * g(y_1)dy_1$$

$$R(n) = \int_0^\infty [F_1(\mathcal{K}^*{}_1Y_1)F_2(\mathcal{K}^*{}_2Y_1)\dots F_{n-1}(\mathcal{K}^*{}_{n-1}Y_1)\bar{F}_n(\mathcal{K}^*{}_nY_1)]g(y_1)dy_1 \dots(13)$$

إذ إن:

$$F_i(\mathcal{K}^*{}_iY_1) = \int_0^{\mathcal{K}^*{}_iY_1} f_i(x_i)dx_i$$

$$\bar{F}_i(\mathcal{K}^*{}_iY_1) = 1 - F_i(\mathcal{K}^*{}_iY_1) \quad \dots(14)$$

$$\mathcal{K}^* = \mathcal{K}^{i-1} \quad , i = 1,2,\dots,n$$

وعليه تكون معولية نظام n– cascade هي مجموع حاصل جمع المعوليات الحدية $R(i)$ كما في الصيغة الرياضية الآتية:

$R_i = \sum_{i=1}^{n} R(i)$ ...(1

R(i) تمثل المعولية الحدية إلى i و i=1,2,…,n

R_i تمثل المعولية النظام إلى i من المكونات و i=1,2,…,n

ويمكن من الصيغة الرياضية أعلا حساب معولية نظام التتابعي n− cascade لأي توزيع

معولية نظام cascade المضبب لتوزيع ويبل[13],[14]

إن معولية نموذج المتانة والإجهاد تعبر عن العلاقة بين متغيرين عشوائيين. الأول يمثل المتانة والآخر يمثل الإجهاد، ففشل أي مكون في نظام cascade يحدث عندما يكون احتمال الإجهاد أكبر من احتمال المتانة، يتم تنشيط مكون آخر ليكون في وضع الاستعداد، يجب إعادة تعيين الإجهاد مرة أخرى بعد توقف أي مكون في نظام تتابعي لنموذج المتانة والإجهاد يعمل عندما يكون احتمال المتانة أكبر من احتمال الإجهادp_r(x>y)، تستمر معولية النظام بالعمل على الرغم من توقف المكون الأول عن العمل وذلك بسبب بقاء (n−1) من المكونات نشطة ويتوقف النظام عن العمل عند توقف جميع مكوناته. يمكن إيجاد الصيغة الرياضية لمعولية نظام cascade المضبب لتوزيع ويبل وذلك من خلال مجموع المعوليات الحدية الضبابية وكالآتي:

من المعادلة رقم(13) فإن المعولية الحدية الأولى للنظام هي:

$$(1)=\int_0^{\infty}\int_{x_1=\mathcal{K}^*{}_1 y_1}^{\infty} f(x_1)g(y_1)dx_1dy_1 R$$

فإن المعولية الحدية الضبابية الأولى للنظام تكون كالآتي :

$$\tilde{R}(1) = \int_0^\infty \int_{x_1=y_1}^\infty \mu_{A(y)}(x_1) f(x_1) g(y_1) dx_1 dy_1 \qquad \dots(16)$$

$$= \int_0^\infty \int_{y_1}^\infty \left(1 - e^{-c(x_1-y_1)}\right) \frac{\alpha_1}{\beta_1} \left(\frac{x_1}{\beta_1}\right)^{\alpha_1-1} e^{-\left(\frac{x_1}{\beta_1}\right)^{\alpha_1}} * \frac{\lambda}{\theta} \left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}} dx_1 dy_1$$

$$= \int_0^\infty \left[\int_{y_1}^\infty \left(1 - e^{-c(x_1-y_1)}\right) \frac{\alpha_1}{\beta_1} \left(\frac{x_1}{\beta_1}\right)^{\alpha_1-1} e^{-\left(\frac{x_1}{\beta_1}\right)^{\alpha_1}} dx_1\right] * \frac{\lambda}{\theta} \left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}} dy_1 \dots (17)$$

ويمكن الحصول على المعولية الحدية الضبابية الثانية للنظام كالآتي:

$$\tilde{R}(2) = \int_0^\infty \left[\int_0^{y_1} \mu_{A(y)}(x_1) f_1(x_1) dx_1\right] \left[\int_{\mathcal{K}_2 y_1}^\infty \mu_{A(y)}(x_2)\, f_2(x_2) dx_2\right] g(y_1) dy_1 \dots (18)$$

$$= \int_0^\infty \left[\int_0^{y_1} \left(1 - e^{-c(x_1-y_1)}\right) \frac{\alpha_1}{\beta_1} \left(\frac{x_1}{\beta_1}\right)^{\alpha_1-1} e^{-\left(\frac{x_1}{\beta_1}\right)^{\alpha_1}} dx_1\right]$$
$$* \left[\int_{\mathcal{K}_2 y_1}^\infty \left(1 - e^{-c(x_2-\mathcal{K} y_1)}\right) \frac{\alpha_2}{\beta_2} \left(\frac{x_2}{\beta_2}\right)^{\alpha_2-1} e^{-\left(\frac{x_2}{\beta_2}\right)^{\alpha_2}} dx_2\right]$$
$$* \frac{\lambda}{\theta} \left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}} dy_1 \qquad \dots(19)$$

كما يمكن الحصول على معولية الحدية الثالثة الضبابية وكالآتي:

$$\tilde{R}(3) = \int_0^\infty \left[\int_0^{y_1} \mu_{A(y)}(x_1) f_1(\mathrm{x}_1) \mathrm{dx}_1\right] \left[\int_0^{\mathcal{K}_2 y_1} \mu_{A(y)}(x_2) \mathrm{f}_2(\mathrm{x}_2) \mathrm{dx}_2\right]$$
$$* \left[\int_{\mathcal{K}_3 y_1}^\infty \mu_{A(y)}(x_3) \mathrm{f}_3(3) \mathrm{dx}_3\right] \mathrm{g}(\mathrm{y}_1) \mathrm{dy}_1 \left(\frac{x_3}{\beta_3}\right)^{\alpha_1} \qquad \dots(20)$$

$$= \int_0^{\infty}\left[\int_0^{\mathcal{K}^{*}{}_1 y_1}\left(1-e^{-c(x_1-y_1)}\right)\frac{\alpha_1}{\beta_1}\left(\frac{x_1}{\beta_1}\right)^{\alpha_1-1} e^{-\left(\frac{x_1}{\beta_1}\right)^{\alpha_1}} dx_1\right]$$
$$*\left[\int_0^{\mathcal{K}_2 y_1}\left(1-e^{-c(x_2-\mathcal{K}y_1)}\right)\frac{\alpha_2}{\beta_2}\left(\frac{x_2}{\beta_2}\right)^{\alpha_2-1} e^{-\left(\frac{x_2}{\beta_2}\right)^{\alpha_2}} dx_2\right]$$
$$*\left[\int_{\mathcal{K}^{2}{}_3 y_1}^{\infty}\left(1\right.\right.$$
$$\left.\left.-e^{-c(x_3-\mathcal{K}^2 y_1)}\right)\frac{\alpha_3}{\beta_3}\left(\frac{x_3}{\beta_3}\right)^{\alpha_3-1} e^{-\left(\frac{x_3}{\beta_3}\right)^{\alpha_3}} dx_3\right]\frac{\lambda}{\theta}\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda-1} e^{-\left(\frac{y_1}{\theta}\right)^{\lambda}} dy_1 \quad \dots (21)$$

إذ إن: $y_i = \mathcal{K}^{*} y_1$

$\mathcal{K}^{*} = \mathcal{K}^{i-1}$:يمثل عامل التوهين(التحسين) ،c: معلمة دالة الانتماء وتكون اكبر

من الصفر،$\mu_{A(y)}(x_i)$:تمثل دالة الانتماء الاسية

و$\tilde{R}(1)$,$\tilde{R}(2)$,$\tilde{R}(3)$ تمثل المعولية الحدية الضبابية الاولى والثانية والثالثة

فإن معولية النظام 2−cascade و 3−cascade المضبب هي عبارة حاصل جمع

المعوليات الحدية الضبابية وبحسب الصيغة الآتية:

$$\tilde{R}_2 = \tilde{R}(1) + \tilde{R}(2) \quad \dots (22)$$

$$\tilde{R}_3 = \tilde{R}(1) + \tilde{R}(2) + \tilde{R}(3) \quad \dots (23)$$

طرائق التقدير Methods Estimation

1–طريقة المربعات الصغرى (Least Squares method)[13],[3]

تعد طريقة المربعات الصغرى من الطرائق المهمة في التقدير؛ لأنه لها عدة سمات وهي غير متحيزة ومتسقة وأن المبدأ الاساسي لهذه الطريقة هو تصغير مجموع مربعات الخطأ، وفي تقدير معالم التوزيعات تعتمد الفكرة الاساسية على دالة التوزيع التراكمي(c.d.f) ،وبما أن لدينا نظام تتابعي نتبع الآتي:

على فرض أن$(x_1,x_2,\dots,x_n)$ عبارة عن عينة عشوائية لمتغير المتانة لتوزيع ويبل بالمعلمتين (α,β)وحسب المعادلة (3)،

ونفرض أن$(y_1,y_2,\dots,y_m)$عبارة عن عينة عشوائية لمتغير الإجهاد لتوزيع ويبل أيضا وبالمعلمتين(λ,θ) وبحسب المعادلة(5.)

وبما أن دالة الاحتمالية للنظام التتابعي عبارة عن الدالة الاحتمالية المشتركة لمتغيري الاجهاد والمتانة وبحسب المعادلة (9)،فإن دالة التوزيع التراكمية المشتركة لمتغيري المتانة و الاجهاد معرفه بحسب المعادلة(8) :

$$F(x_i,y_j)=(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})$$

ولإيجاد مقدرات النظام التتابعي بطريقة المربعات الصغرى نستعمل الصيغة الرياضية الآتية:

$$s(\alpha,\beta,\lambda,\theta)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}[F(x_i,y_j)-\hat{F}(x_i,y_j)]^2 \qquad \dots(24)$$

وأن دالة التوزيع المشتركة المقدرة $\hat{F}(x_i,y_j)$لا يمكن حسابها بافتراض قيم للمعلمات بل يتم حسابها باستعمال الطرائق اللامعلمية، في هذه الرسالة نستعمل

$$\hat{F}(x_i, y_j) = \frac{i}{n+1} * \frac{j}{m+1} \quad \dots(25)$$

إذن

$$s(\alpha,\beta,\lambda,\theta) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}) - (\frac{i}{n+1} * \frac{j}{m+1})\right]^2 \quad \dots(26)$$

ولإيجاد معلمات النظام وذلك بالاشتقاق الجزئي للمعادلة (25) ومساواة المشتقة بالصفر.

نشتق بالنسبة لـα وكالآتي:

$$\frac{ds(\alpha,\beta,\lambda,\theta)}{d\alpha} = 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}) - (\frac{i}{n+1} * \frac{j}{m+1})\right] * (1 - e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})(-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})\left(-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}\right)\ln(\frac{x_i}{\beta})$$

$$= 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\left(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right)\left(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right) - \left(\frac{i}{n+1} * \frac{j}{m+1}\right)\right] * \left[(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}\ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}} - (\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}\ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right]$$

$$=\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\left(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right)\left(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right)(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}\ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right]\right.$$

$$-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\left(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right)\left(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right)(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}\ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right]$$

$$-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}\ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\left(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1}\right)$$

$$\left.+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}\ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\left(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1}\right)\right]\right]=0 \quad \dots(27)$$

نشتق بالنسبة ل βكالآتي:

$$s(\alpha,\beta,\lambda,\theta)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})-(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right]^2$$

$$\frac{ds(\alpha,\beta,\lambda,\theta)}{d\beta}=2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})-(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right]*(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})(-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(-x_i^{\alpha})(-\alpha\beta^{-\alpha-1})$$

$$= -2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\left(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right)\left(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right)-\left(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1}\right)\right] * (1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})\frac{\alpha}{\beta}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}$$

$$= -2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\left(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right)\left(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right)-\left(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1}\right)\right] * \left[\frac{\alpha}{\beta}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}-\frac{\alpha}{\beta}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right]$$

$$=\left[-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\left(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right)\left(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right)\frac{\alpha}{\beta}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right]\right.$$
$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\left(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\right)\left(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right)\frac{\alpha}{\beta}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right]$$
$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\frac{\alpha}{\beta}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}}\left(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1}\right)\right]$$
$$\left.-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[\frac{\alpha}{\beta}(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\left(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1}\right)\right]\right] = 0 \quad ...(28)$$

نشتق بالنسبة λ كالآتي:

$$s(\alpha,\beta,\lambda,\theta)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})-(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right]^2$$

$$\frac{ds(\alpha,\beta,\lambda,\theta)}{d\lambda} = 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})-(\frac{i}{n+1} * \frac{j}{m+1})\right] * (1 - e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})\left(-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}\right)\ln(\frac{y_j}{\theta})$$

$$= 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})-(\frac{i}{n+1} * \frac{j}{m+1})\right] * \left[(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}\ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right)e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}} - (\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}\ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right]$$

$$= \left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}\ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right)e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right] - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1 - e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}\ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right] - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}\ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right)e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}(\frac{i}{n+1} * \frac{j}{m+1})\right] + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}\ln\left(\frac{y_j}{\theta}\right)e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}(\frac{i}{n+1} * \frac{j}{m+1})\right]\right] = 0 \quad ...(29)$$

نشتق بالنسبة ل θ كالآتي:

$$s(\alpha,\beta,\lambda,\theta)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})-(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right]^2$$

$$\frac{ds(\alpha,\beta,\lambda,\theta)}{d\theta}=2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})-(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right]*(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})\left(-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right)(-y_i{}^{\lambda})(-\lambda\theta^{-\lambda-1})$$

$$=-2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})-(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\right]*\left[\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}-\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\right]$$

$$= \Bigg[-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\Big[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\Big]$$
$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\Big[(1-e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}})(1$$
$$-e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}})\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}\Big]$$
$$+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\Big[\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}e^{-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\Big]$$
$$-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\Big[\frac{\lambda}{\theta}(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}e^{-(\frac{x_i}{\beta})^{\alpha}-(\frac{y_j}{\theta})^{\lambda}}(\frac{i}{n+1}*\frac{j}{m+1})\Big]\Bigg]$$
$$=0 \qquad \ldots(30)$$

وبما أن المعادلات في اعلاه غير خطية فلا يمكن حلها بالطرائق التقليدية؛ لذلك سنلجأ إلى استعمال الطرائق العددية منها طريقة نيوتن رافسن لإيجاد مقدر معولية النظام بطريقة المربعات الصغرى من خلال المعلمات وتعويضها في مقدر معولية النظام التتابعي المضبب المعرف بالمعادلتين(22)،(23)

2–طريقة التقلص Shrinkage method [5],[12]

إن طريقة التقلص تعتمد على معامل التقلص w ويقصد به هو مقدار ثقة الباحث بالمعلومات الاولية وبما أن لا توجد قاعدة موحدة لاختيار قيمة w بالإمكان اي باحث يختار قيمتها على اساس عدة قواعد يعتقد أنها مناسبة، ومن سمات هذه الطريقة أنها تعتمد على المعلومات الاولية وهي عبارة عن قيم اولية.

إن مقدر التقلص لدالة معولية الحدية النظام التتابعي لتوزيع ويبل يتم حسابه على وفق الصيغة الرياضية الآتية:

$$\hat{R}_{sh} = w\hat{R} + (1-w)R_0 \quad ...(31)$$

ويمكن ايجاد قيمة wالتي تجعل متوسط مربع الخطأ اقل ما يمكن وكالآتي:

$$mse(\hat{R}_{sh}) = E(\hat{R}_{sh} - R)^2$$

$$= E\left[w\hat{R} + (1-w)R_0 - R\right]^2 ...(32)$$

بإضافة وطرح (wR) للمعادلة رقم(32) وبتبسيط نحصل على الآتي:

$$mse(\hat{R}_{sh}) = w^2E(\hat{R} - R)^2 + (1-w)^2E(R_0 - R)^2 \quad ...(33)$$

وباشتقاق المعادلة رقم(33) بالنسبة الى w ومساواة المشتقة بالصفر نحصل على

$$\frac{dmse(\hat{R}_{sh})}{dw} = 2\text{wE}(\hat{R} - R)^2 + 2(1-w)(-1)E(R_0 - R)^2$$

$$= 2\text{wE}(\hat{R} - R)^2 - 2(1-w)E(R_0 - R)^2$$

$$\text{wE}(\hat{R} - R)^2 - (1-w)E(R_0 - R)^2 = 0$$

$$\text{wE}(\hat{R} - R)^2 - E(R_0 - R)^2 + wE(R_0 - R)^2 = 0 \quad ...(34)$$

$$w = \frac{(R_0 - R)^2}{mse(\hat{R}) + (R_0 - R)^2} \quad ...(35)$$

وبما أن النظام مضبب فإن مقدار التقلص يكون بحسب الصيغة الآتية:

$$\hat{\tilde{R}}_{sh} = w\hat{\tilde{R}} + (1-w)R_0 \quad ...(36)$$

إذ إن:

R_0 : القيمة الأولية لدالة المعولية الحدية للنظام التتابعي، $\hat{\tilde{R}}$: تمثل قيمة المقدرة غير المتحيزة لدالة معولية الحدية الضبابية للنظام ويتم الحصول عليها باستعمال مقدر الامكان الاعظم المتمثلة $\hat{\tilde{R}}_{sh}$: يمثل مقدر معولية الحدية الضبابية للنظام بطريقة التقلص.

w: يمثل عامل التقلص وهي قيمة ثابتة تحدد وفق R_0 وتكون قيمتها بين الصفر والواحد الصحيح اي $0 < w < 1$.

وعند الحصول على مقدر المعولية الحدية الضبابية

$\tilde{R}(3)_{sh}, \tilde{R}(2)_{sh}, \tilde{R}(1)_{sh}$ بطريقة التقلص نعوضها في معادلة (2–74)و(2–73) للحصول على المعولية نظام التتابعي المضبب $\tilde{R}_{3sh}, \tilde{R}_{2sh}$ وكالآتي:

$$\tilde{R}_{2sh} = \tilde{R}(1)_{sh} + \tilde{R}(2)_{sh} \qquad \dots(37)$$

$$\tilde{R}_{3sh} = \tilde{R}(1)_{sh} + \tilde{R}(2)_{sh} + \tilde{R}(3)_{sh} \qquad \dots(38)$$

المحاكاة *Simulation*[4],[6]

يمكن تعريف المحاكاة على أنها اسلوب رياضي لحل اغلب المشاكل التي يواجها الباحثين والعلماء من خلال عدم توفر البيانات او صعوبة اجراء العمليات للتقدير والتحليل وهي تقليد للنظام مشابه للنموذج الحقيقي، كما تتميز المحاكاة بالمرونة من خلال تكرار التجربة لعدة مرات واختبار هذه التجربة كما انها توفر الوقت والجهد والمال.

وفي المحاكاة توجد عدة طرائق منها الطريقة المختلطة Mixed procedure والطريقة التناظرية Analog procedure وطريقة مونتي–كارلو Monte Carlo.

إن طريقة مونتي–كارلو هي من افضل الطرائق المحاكاة واكثرها شيوعا لأنها تستعمل لتوليد البيانات لأغلب التوزيعات الاحتمالية شائعة الاستعمال التي لها دالة كثافة المعروفة، أن اهمية المحاكاة تتميز في العشوائية، ففي التجربة الاولى التي ولدت بها البيانات تكون مستقلة عن التجربة الثانية وهكذا في التجارب الاخرى.

وصف تجارب المحاكاة لنظام التتابعي cascade المضبب

سيتم اعتماد محاكاة مونتي-كارلو ((Simulation − Monte Carlo)) لغرض توليد البيانات بأحجام متنوعة التي تستعمل في تقدير معولية النظام التتابعي cascade المضبب fuzzy لتوزيع ويبل، كذلك اجراء مقارنة بين المقدرات لتقدير معولية النظام المضبب وذلك من خلال عدة مراحل:

المرحلة الاولى: تشتمل هذه المرحلة على اختيار القيم الافتراضية لأحجام العينات فضلا عن اختيار القيم الافتراضية لقيم معلمات النموذج التتابعي المضبب.

اختيار احجام العينات(***Sample Sizes***)

يتم استعمال احجام العينات على وفق الآتي:

- احجام عينات صغيرة(15,25)
- احجام عينات متوسطة(50,75)
- احجام عينات كبيرة(150,200)

اختيار قيم افتراضية لمعلمات النظام التتابعي لتوزيع ويبل

Choosing Hypothesis Values of Parameters

يتم اختيار قيم افتراضية لمعلمة الشكل α (*shape Parameter*) ومعلمة القياس β (*Scale Parameter*) لمتغير المتانة لتوزيع ويبل وكذلك معلمة الشكل λ (*shape Parameter*) ومعلمة القياس θ (*Scale Parameter*) لمتغير الاجهاد لتوزيع ويبل كما مبينة بالجدول (1−3).

جدول 1: يمثل القيم الافتراضية المختارة لنظام *cascade* لتوزيع ويبل

المعلمات	معلمات الشكل والقياس متساوية				معلمات الشكل اكبر من معلمات القياس				معلمات الشكل اصغر من معلمات القياس			
α	0.5	1	1.5	2.5	1	2	2.5	3	0.5	1.5	2	2.5
β	0.5	1	1.5	2.5	0.5	1.5	2	2.5	1	2	2.5	3
λ	0.5	1	1.5	2.5	1	2	2.5	3	0.5	1.5	2	2.5
θ	0.5	1	1,5	2.5	0.5	1.5	2	2.5	1	2	2.5	3

المرحلة الثانية: في هذه المرحلة يتم استعمال لغة البرمجة Matlab توليد بيانات لدالة المعولية الضبابية Data generation على وفق الآتي :

- توليد متغير عشوائي له توزيع منتظم $u_i \sim (0,1)$ باستعمال الامر Rand

الحصول على بيانات تتوزع توزيع ويبل Weibull باستعمال الصيغة الاتية:

$$\ldots(39) x_i = 1 - e^{-\left(\frac{u_i}{\beta}\right)^{\alpha}}$$

وكذلك الحصول على بيانات تتوزع توزيع ويبل Weibull لمتغير الاجهاد (y) باستعمال الصيغة الاتية:

$$y_j = 1 - e^{-\left(\frac{u_j}{\theta}\right)^{\lambda}} \ldots (40)$$

ثم ننتقل الى المرحلة الثالثة

المرحلة الثالثة: في هذه المرحلة يتم تقدير معولية النظام التتابعي cascade المضبب لتوزيع ويبل باستعمال طريقتين للتقدير وهي كالآتي:

- ✓ طريقة مقدر المربعات الصغرى لمعولية النظام التتابعي cascadeالمضبب
- ✓ طريقة مقدر التقلص لمعوليه النظام التتابعي cascadeالمضبب

المرحلة الرابعة: في هذه المرحلة يتم اختيار افضل طريقة وذلك من خلال اجراء مقارنة بين المقدرات بالاعتماد على المقياس الاحصائي متوسط مربع الخطأ (mse) وبحسب الصيغة الآتية :

$$\ldots(41) mse\left(\hat{\tilde{R}}\right) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}(\hat{\tilde{R}} - R)^2$$

إذ إن L تمثل عدد التكرارات (*Replication*) لكل تجربة إذ كررت 1000 مرة ، وتم فرض قيمة عامل التوهين k=1 ومعلمة دالة الانتماء c=1

نتائج تجارب المحاكاة الخاصة بنظام cascade المضبب

لإيجاد افضل طريقة للتقدير معولية نظام cascade المضبب لتوزيع ويبل تم استعمال المقياس الاحصائي متوسط مربع الخطا (mse) . وفيما يلي نتائج تجارب المحاكاة($Simulation$) بحسب القيم الافتراضية المختارة واحجام العينات، كما موضحة بالجداول الآتية :

جدول2: يمثل قيمة MSE لتقدير المعولية الحدية الضبابية (مكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرائق الثلاثة على فرض ان $(\alpha = 0.5; \beta = 0.5; \lambda = 0.5; \theta = 0.5)$

Method	LS			Sh		
1 n	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	mse $\tilde{R}(3)$	Mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	Muse $\tilde{R}(2)$
15	1.2684	1.5693	1.1506	1.4265	1.7015	1.4617
25	1.0592	1.3171	1.2351	1.1212	1.1715	1.2744
50	0.6304	0.6446	0.719	0.6966	0.4903	0.7618
75	0.2151	0.5227	0.3463	0.7352	0.7066	0.468
150	0.3886	0.6936	0.7287	0.4302	0.5597	0.6574
200	0.1578	0.1002	0.7103	0.2388	0.1061	0.2647

جــــــدول3: قيمــــــة MSE لتقــــدير المعوليــــــة الحديــــــة الضـــــبابية (مكـــون واحـــد ومكـــونين وثلاثـــة مكونـــات) للطرائـــق الثلاثـــة علـــى فـــرض أن $(\alpha = 1; \beta = 1; \lambda = 1; \theta = 1)$

Method	**LS**			**Sh**		
2 / N	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	mse $\tilde{R}(3)$	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	mse $\tilde{R}(2)$
15	**1.561**	**1.0359**	**1.125**	**1.6274**	**1.2307**	**1.5014**
25	**1.1869**	**1.5091**	**1.3702**	**1.1371**	**1.5659**	**1.6107**
50	**0.6557**	**0.3303**	**0.3544**	**0.6613**	**0.2455**	**0.2419**
75	**0.5404**	**0.3424**	**0.2598**	**0.5885**	**0.7285**	**0.5319**
150	**0.5399**	**0.2888**	**0.8229**	**0.4934**	**0.5427**	**0.8969**
200	**0.3165**	**0.6443**	**0.7839**	**0.4898**	**0.4005**	**0.9859**

جــــــدول4: قيمــــــة MSE لتقــــدير المعوليــــــة الحديــــــة الضـــــبابية (مكـــون واحـــد ومكـــونين وثلاثـــة مكونـــات) للطرائـــق الثلاثـــة علـــى فـــرض أن $(\alpha = 1.5; \beta = 1.5; \lambda = 1.5; \theta = 1.5)$

Method	LS			Sh		
3 / N	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	Mse $\tilde{R}(3)$	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	Muse $\tilde{R}(2)$
15	**0.0736**	**0.8681**	**0.4118**	**0.6595**	**0.9091**	**0.72**
25	**0.0853**	**1.9987**	**0.9299**	**1.0114**	**0.3541**	**1.7686**
50	**0.6865**	**0.0306**	**0.8891**	**0.9832**	**0.7155**	**0.9009**
75	**0.9093**	**0.7833**	**0.907**	**0.98**	**0.8532**	**0.9967**
150	**0.7273**	**0.5319**	**0.7412**	**0.8063**	**0.9955**	**0.9993**
200	**0.5161**	**0.5362**	**0.4735**	**0.7504**	**0.6912**	**1.2915**

جدول5:قيمة mse لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرائق الثلاث على فرض أن $(\alpha = 2.5; \beta = 2.5; \lambda = 2.5; \theta = 2.5)$

Method	LS			Sh		
4 N	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	mse $\tilde{R}(3)$	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	Mse $\tilde{R}(3)$
15	1.52030	0.62050	0.34380	1.71050	1.12890	0.61030
25	1.51200	1.20620	1.05660	1.36110	1.25730	1.41300
50	0.88290	0.79630	0.65270	0.93690	0.82420	0.11840
75	0.76820	0.21500	0.16060	0.92310	0.73930	0.98300
150	0.54560	0.37500	0.67820	0.76380	0.72210	0.73940
200	0.12410	0.04780	0.76140	0.39070	0.50730	0.97460

جدول 6 قيمة mse لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرائق الثلاثة على فرض أن $(\alpha = 1; \beta = 0.5; \lambda = 1; \theta = 0.5)$

Method	LS			Sh		
5 N	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	mse $\tilde{R}(3)$	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	Mse $\tilde{R}(3)$
15	1.69020	1.45470	0.93480	1.45690	1.48750	0.98460
25	1.03760	0.99510	0.33480	1.17180	1.22780	1.04180
50	0.89760	0.14600	0.93600	0.63810	0.39310	0.16410
75	0.87870	0.87040	0.99400	0.70340	0.56410	0.90780
150	0.64370	0.15810	0.20960	0.45510	0.28120	0.57510
200	0.63600	0.88910	0.79370	0.50950	0.22560	0.67690

جدول 7 :قيمة mse لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرائق الثلاثة على فرض أن ($\alpha=2;\beta=1.5;\lambda=1;\theta=1.5$)

n	mse $(1)\tilde{R}$	mse $(2)\tilde{R}$	mse $(3)\tilde{R}$	mse $(1)\tilde{R}$	Mse $(2)\tilde{R}$	mse $(3)\tilde{R}$
15	0.95450	1.39240	0.92420	1.44420	1.41200	1.25660
25	0.78260	0.86150	0.56400	0.99460	0.62480	0.85020
50	0.00300	0.72110	0.83670	0.55410	0.86300	0.91350
75	0.96310	0.87960	0.25030	0.42700	0.43890	0.21440
150	0.49840	0.99070	0.76790	0.55740	0.03310	0.70010
200	0.73640	0.93710	0.70020	0.62040	0.66540	0.43310

جدول8: قيمة mse لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرائق الثلاثة على فرض ان $(\alpha = 2.5; \beta = 2; \lambda = 2.5; \theta = 2)$

Method	LS			sh		
7 n	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	mse $\tilde{R}(3)$	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	mse $\tilde{R}(3)$
15	1.5636	0.9777	0.9867	0.7374	0.9455	0.9822
25	1.2074	1.2751	0.9521	1.3776	1.3184	1.5256
50	0.8672	0.6893	0.5247	0.1137	0.2893	0.5148
75	0.6458	0.8119	0.7949	0.4629	0.5104	0.4614
150	0.4753	0.9641	0.8045	0.5162	0.3238	0.7302
200	0.3235	0.4385	0.3411	0.3224	0.4096	0.5373

جدول 9: قيمة mse لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرائق الثلاثة على فرض أن $(\alpha = 3;\beta = 2.5;\lambda = 3;\theta = 2.5)$

Method	LS			Sh		
θ / n	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	mse $\tilde{R}(3)$	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	Mse $\tilde{R}(3)$
15	0.96370	0.82250	1.44620	1.16200	1.28730	1.47380
25	1.13900	1.24620	1.59920	1.20590	1.11780	1.62100
50	0.90260	0.75470	0.51520	0.71610	0.72890	0.20130
75	0.86340	0.29220	0.60480	0.71310	0.06290	0.22150
150	0.37060	0.13910	0.25160	0.09480	0.20340	0.70590
200	0.52900	0.92980	0.67260	0.14670	0.87520	0.30750

جدول10: قيمة mse لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرائق الثلاثة على فرض أن $(\alpha = 0.5;\beta = 1;\lambda = 0.5;\theta = 1)$

Method	LS			Sh		
θ / n	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	mse $\tilde{R}(3)$	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	Mse $\tilde{R}(3)$
15	1.3066	1.5716	1.1914	1.7085	1.5971	1.2047
25	1.375	1.7599	1.5245	1.3944	0.9584	2.1411
50	0.8925	0.0855	0.5858	0.7445	0.1618	0.4716
75	0.864	0.7592	0.1475	0.6563	0.4538	0.2141
150	0.1434	0.5253	0.8443	0.3968	0.4834	0.6957
200	0.6262	0.5498	0.1536	0.1494	0.2541	0.1639

جدول 11:قيمة mse لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرق الثلاثة على فرض ان $(\alpha = 1.5; \beta = 2; \lambda = 1.5; \theta = 2)$

Method	LS			sh		
10 / n	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	Mse $\tilde{R}(3)$	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	mse $\tilde{R}(3)$
15	1.5464	1.259	1.3539	1.8019	0.9559	1.3117
25	1.3583	1.2636	1.3011	1.3819	1.4908	1.7129
50	0.3334	0.1838	0.9083	0.4414	0.2783	0.4375
75	0.8013	0.675	0.9833	0.2455	0.6267	0.8173
150	0.6631	0.9162	0.2782	0.3265	0.8089	0.4294
200	0.1676	0.8227	1.6292	0.2503	1.0563	0.8978

جدول 12: قيمة mse لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرق الثلاثة على فرض ان $(\alpha = 2; \beta = 2.5; \lambda = 2,; \theta = 2.5)$

Method	LS			sh		
11 / n	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	mse $\tilde{R}(3)$	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	mse $\tilde{R}(3)$
15	1.549	1.3663	1.2472	1.7695	1.5026	1.4473
25	1.2409	1.6345	1.1045	1.1341	1.3698	1.0006
50	0.9101	0.8743	0.6195	0.6269	0.3919	0.5338
75	0.8074	0.7497	0.5587	0.6249	0.6922	0.5172
150	0.647	0.9892	0.9824	0.4817	0.4077	0.9638
200	0.5222	0.7624	0.2186	0.1035	0.5829	0.6428

جدول 13: قيمة mse لتقدير المعولية الحدية الضبابية(لمكون واحد ومكونين وثلاثة مكونات) للطرق الثلاثة على فرض ان $(\alpha = 2.5; \beta = 3; \lambda = 2{,}5; \theta = 3)$

Method	LS			sh		
12 / n	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	mse $\tilde{R}(3)$	mse $\tilde{R}(1)$	mse $\tilde{R}(2)$	mse $\tilde{R}(3-)$
15	1.0636	1.3511	1.6791	1.86	1.5513	1.5793
25	1.2086	1.7425	1.13	1.254	1.6023	1.5805
50	0.8283	0.6776	0.7661	0.2872	0.2002	0.5648
75	0.8076	0.8447	0.7018	0.7383	0.4375	0.4746
150	0.6776	0.1607	0.7669	0.6239	0.7487	0.6531
200	0.6697	0.3763	0.8291	0.5052	0.5512	0.7308

الجـــدول 14:يمثـــل المعوليـــة الحديـــة الضـــبابية (مكـــون واحـــد، مكـــونين، ثلاثة مكونات) والمعولية الكلية للقيم المعلمات الافتراضية

α	β	λ	θ	$\tilde{R}(1)$	$\tilde{R}(2)$	$\tilde{R}(3)$	$\tilde{R}_2$	$\tilde{R}_3$
0.5	0.5	0.5	0.5	0.24143	0.36151	0.33183	0.60294	0.93476
1	1	1	1	0.23772	0.309	0.19663	0.54672	0.74335
1.5	1.5	1.5	1.5	0.23159	0.37973	0.15923	0.61132	0.77056
2.5	2.5	2.5	2.5	0.28154	0.2559	0.33361	0.53744	0.87106
1	0.5	1	0.5	0.1888	0.4847	0.01113	0.6735	0.68464
2	1.5	2	1.5	0.24367	0.43812	0.17086	0.68179	0.85265
2.5	2	2.5	2	0.20854	0.379	0.16575	0.58754	0.75329
3	2.5	3	2.5	0.25441	0.10756	0.46855	0.36197	0.83052
0.5	1	0.5	1	0.25598	0.47895	0.17975	0.73493	0.91469
1.5	2	1.5	2	0.27769	0.44497	0.1211	0.72266	0.84376
2	2.5	2	2.5	0.25339	0.38961	0.25429	0.643	0.8973
2.5	3	2.5	3	0.19634	0.3667	0.15903	0.56304	0.72206

الاستنتاجات Conclusions

1. في الجدول (14) إن اعلى قيمة حصلنا عليها لمعوليه نظام$\tilde{R}_3$ ( )كانت عندما قيم معلمات الشكل ومعلمات القياس متساوية ، بينما اقل قيمة حصلنا عليها لمعوليه نظام cascade -3 المضبب $(\tilde{R}_3)$ عندما كانت قيم معلمات الشكل اكبر من قيم معلمات القياس
2. في الجدول (14) إن اعلى قيمة حصلنا عليها لمعوليه النظام $(\tilde{R}_2)$ (عندما كانت قيم معلمات الشكل اقل من قيم معلمات القياس إن اقل قيمة حصلنا عليها لمعوليه نظام التتابعي المضبب هي $\tilde{R}_2$كانت قيم معلمات الشكل اكبر من قيم معلمات القياس .
3. ان طريقة المربعات الصغرى هي الافضل عندما تكون معلمات الشكل والقياس متساوية ولجميع احجام العينات
4. عندما تكون معلمات الشكل اكبر من معلمات القياس فان طريقة المربعات الصغرى هي الافضل عند احجام العينات صغيره بينما طريقة التقلص تكون هي الافضل عندما احجام العينات المتوسطة والكبيرة.
5. اظهرت نتائج المحاكاة تذبذب في افضلية الطريقة التقدير عندما تكون معلمات الشكل اقل من معلمات القياس

التوصيات *Recommendations*

1. نوصي باستعمال طرائق تقدير اخرى لتقدير معولية النظام التتابعي المضبب لتوزيع ويبل وخاصة طرائق البيزية منها.
2. نوصي باستعمال نظام التتابعي المضبب لتوزيع ويبل للنماذج الأخرى مثل (*cascade(2+1) ,cascade(2+2),cascade(3+1)*) وذلك من اجل المقارنة بين الانظمة واختيار افضلها.
3. نوصي بالاهتمام بنظرية المعولية والضبابية وذلك لأهميتهما العالية في الحياة العملية.
4. نوصي بان يكون توزيع متغير المتانة يختلف عن توزيع متغير الاجهاد لنظام التتابعي المضبب ولكل النموذجين (*cascade(1+1),cascade(2+1)*).
5. نوصي باستعمال توزيعات مختلطة حديثا وتوزيعات مركبة ايضا لدراسة معولية نظام التتابعي (*cascade*)للإجهاد والمتانة.
6. نوصي باستعمال دوال انتماء اخرى مثل دوال الانتماء الخطية مثل دالة الانتماء المثلثية ودالة الانتماء شبة المنحرف وغير الخطية مثل دالة انتماء اللوجستك.

المصادر:

1. أوجي، زينة ياوز عبد القادر،(2009)،"**مقدرات بيز لدالة المعولية الضبابية للتوزيع الآسي باستخدام المحاكاة مع تطبيقها على الشركة العامة للصناعات الكهربائية**"، أطروحة دكتوراه، غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
2. طاهر، احمد هشام محمد،(2015)،"تكامل أسلوب مظروف البيانات وعمليات التحليل الهرمي المضبب لقياس وتقويم كفاءة أداء كليات جامعة البصرة"،رسالة ماجستير ، غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة البصرة.
3. عبد اللطيف، زهراء رياض،(2021)، "**تقدير دالة المعولية لبيانات توزيع Shifted Gompertz مع تطبيق عملي**"، رسالة ماجستير، غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة البصرة.
4. عبد الكريم، حيدر سالم،(2022)،"**مقارنة طريقة الامكان الاعظم والطريقة الجينية مع الطرائق البيزية لتقدير دالة البقاء لتوزيع دالة القوى الموسع مع التطبيق**"، رسالة ماجستير، غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة البصرة.
5. عزيز، سكينة سلطان،(2021)" **مقدرات بيز المقلصة لمعلمة القياس ودالة المعولية لتوزيع وقت الفشل (ماكسويل) باعتماد دالتي خسارة التربيعية والاسية الخطية**"، رسالة ماجستير، غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة البصرة.
6. المجبلي، احمد رياض خدام،(2020)،"**تقدير بيز لدالة المعولية الضبابية لمكائن معمل نسيج الكوت**"، رسالة ماجستير، غير منشورة قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
7. نعيم، صنعاء محمد،(2022)،"**استعمال توزيع جونسن المقيد ودالة البقاء لدراسة مرضى السكري في البصرة** "، رسالة ماجستير،غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة البصرة.
8. هرمز ،امير حنا،(1990)،"**الإحصاء الرياضي**"،مديرية دار الكتب للطباعة والنشر ،جامعة الموصل.

9. الياسري ،تهاني مهدي عباس ،(2007)،"**مقارنة مقدرات بيز الحصين مع مقدرات أخرى لتقدير دالة المعولية التقريبية لتوزيع ويبل**" أطروحة دكتوراه، غير منشورة، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد

10. A.H. Khan & T R. Jan, (2014) ,"Estimation of Multi Component Systems Reliability in Stress-Strength Models",*Journal of Modern Applied Statistical Methods*: Vol. 13 : Iss. 2 , Article 21.

11. Dr.T.Shyam Sundar,(2012)," Case Study of Cascade Reliability with weibull Distribution", International Journal of Engineering and Innovative Technology

12. Hussain,A. N,(2020),"**A Study and Estimation OF Reliability Function of Kumaraswamy Perks Distribution**"Journal of Administration and Economics,Mustansiriya University (126),343-357

13. **Hus**sein, A. N. & Nea'ama, M. W., (2020)," **Cascade system Reliability for Weibull-Fréchet Distribution**", **Journal of Al Rafidain University College**.

14. Swathi, N.,(2020), "**Reliability of Stochastic Stress-Strength Models**", Cambridge Scholars Publishing, ISBN (13): 978-1-5275-4770-4

15. Eryilmaz, S. & Tutucu, G.Y., **Stress strength reliability in the presence of fuzziness**, Journal of Computational and Applied Mathematics 282 (2015) 262–267.

16. **Ibrahim, N A& Mohammed, H. A** ,(2017), " **Parameters and Reliability Estimation for the Fuzzy Exponential Distribution**", American Journal of Mathematics and Statistics 2017, 7(4): 143-151